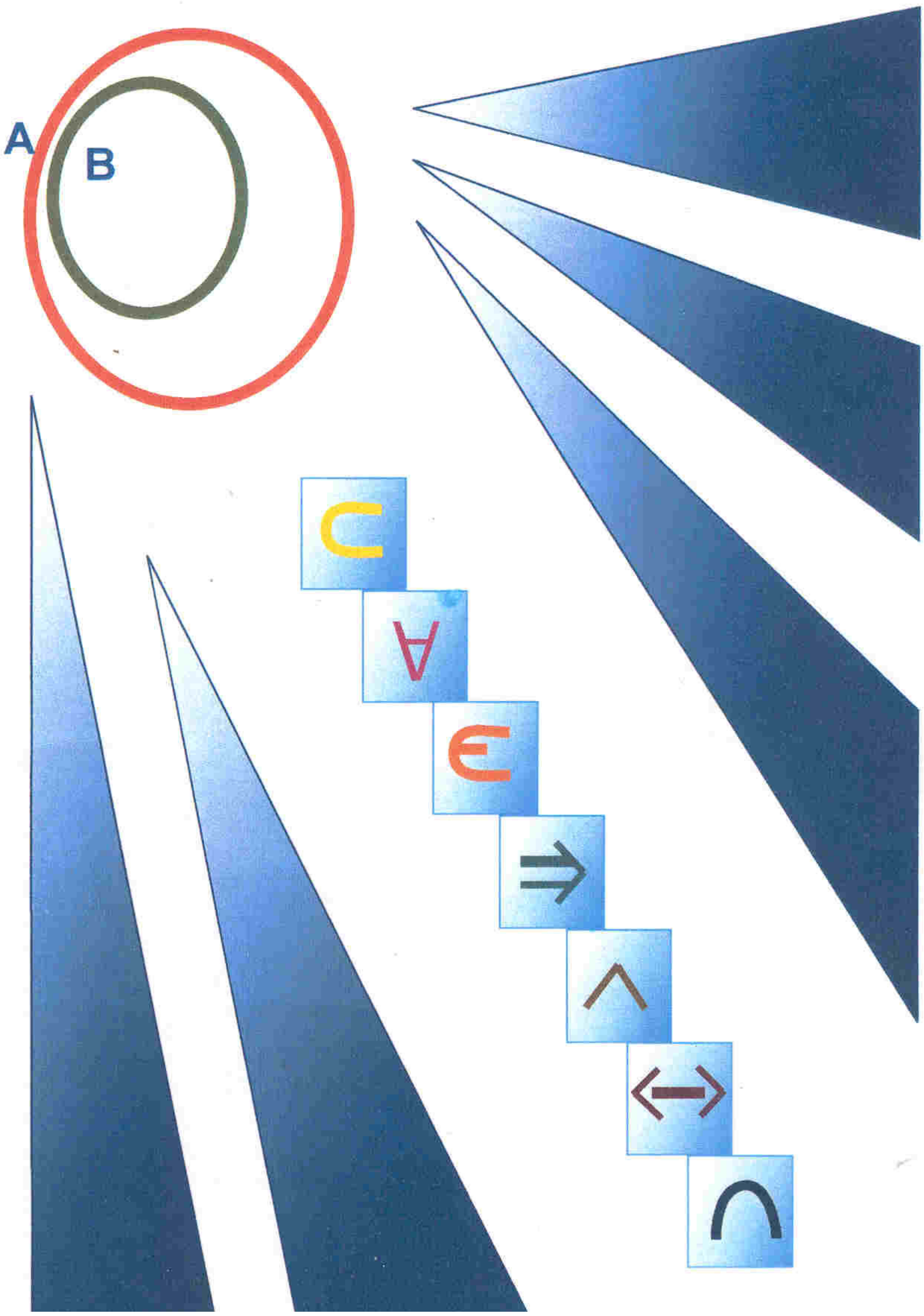
CONJUNTOS

PARA EDUCACION BASICA



Texto de apoyo a los estudiantes de Educación

Básica, realizado por María Lucía Briones P.

Profesora de Matemáticas. Universidad de Chile.

Registro de Propiedad Intelectual Nº 133.202

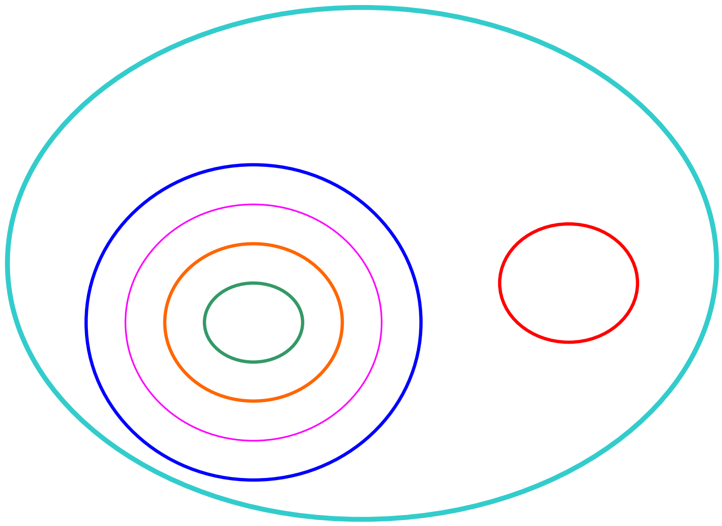
TEORIA DE CONJUNTOS (BASICA)

La Teoría de Conjuntos es una parte importante de las Matemáticas, que nos da a conocer las propiedades de ellas.
Seguramente nos preguntaremos ¿Qué son los Conjuntos y para que sirven?
La respuesta es: "Los Conjuntos son una colección ya sea de objetos, de números, de personas, de colores, etc. Y las propiedades que veremos nos servirán para fundamentar cualquier teoría Matemática, tales como Funciones, Geometría, Estadística y todas las que se nos puedan presentar.
Nuestra visión de la Teoría de Conjuntos es absolutamente básica. Es una herramienta elemental del lenguaje matemático y su presentación corresponde a la capacidad de aprendizaje de niños desde 6º básico en adelante, lo mismo que para personas que no estén familiarizadas con el tema.
En Internet puede encontrarse el desarrollo avanzado de esta Teoría, pero se da por sentado que los interesados ya dominan la simbología y sobre todo el significado de ella y de la operatoria posible de realizar (Unión, Intersección, Diferencia, Complementos y Producto Cartesiano o Producto Cruz). En nuestro folleto, paso a paso se explica todo aquello, ayudados por figuras a todo color y ejercicios solucionados, que permiten integrarnos a este importante conocimiento en forma sencilla y entretenida.
No quisiéramos que suceda lo que ya experimentamos con la preparación de la P.S.U. Los niños no habían pasado esta materia y sin embargo había en las pruebas tanto de ensayo como las verdaderas, varios problemas que no podían resolverse sino conociéndola a cabalidad. Esto es lo que motivó este pequeño libro que por lo menos les proporciona una noción de lo que debían conocer.

¿PARA QUE SIRVEN LOS CONJUNTOS EN LA VIDA REAL?

Para trabajar teniendo la idea clara de por qué razón o justificación se procede de una cierta manera. Encontrarán aquí un ejemplo aplicado a la Aritmética.

Primero hay que conocer cuales son los conjuntos para poderlos manejar. Los veremos gráficamente y conoceremos sus nombres según su color.



Conjunto de los números Naturales N = { 1, 2, 3, 4, 5, 6,…….}

Conjunto de los números Cardinales = N_0 = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …….} .

Conjunto de los números Enteros Z = {…. -3, -2, -1, 0, +1, +2,

Conjunto de los números Racionales Q{….1/2,…1/3…0/4,…+2/5…}

Conjunto de los números Irracionales I = { pi = 3,1416…. Raíz de x ..

Conjunto de los números Reales R = { Contiene a todos los anteriores}

Cada uno de estos conjuntos tiene operaciones (Por ej: suma , resta multiplicación y división) y cada operación tiene propiedades, que se justifican con los conjuntos.

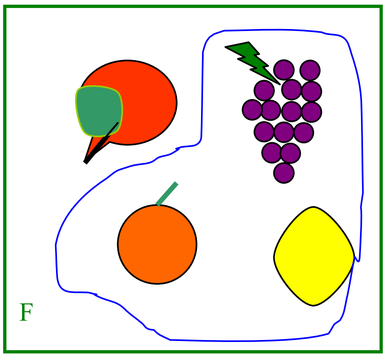
Veamos un caso : Veremos el Conjunto de los Cardinales. Si tomamos dos elementos del conjunto y los sumamos, el resultado siempre va a ser un número que está dentro del conjunto (pertenece a él). Esto justifica también la propiedad de (Clausura)– Si tomamos 3+8 = 8+3 quiere decir que la suma es (conmutativa) – Si sumamos 6+(3+1) = (6+3)+1 es (asociativa) – Si a cualquier Nº del conjunto le sumamos 0 , 9 + 0 = 0 + 9 = 9 (Tiene un elemento neutro).Como vemos, todas las propiedades de estas operaciones se justifican con CONJUNTOS.

INDICE.

El indice indica la página en que comienza el tema mencionado:

A -TEORIA DE CONJUNTOS

1º.- Dibuja en éste recuadro: Un racimo de uvas, una manzana, una naranja y un limón.



2º.- Encierra con una "cuerda" (para agruparlos), a 3 de esas frutas.

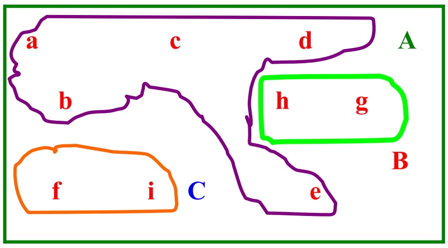
3º.- Nombra esas 3 frutas que encerraste.
{ UVAS, NARANJA, LIMON }
4º.- Acabas de formar un CONJUNTO formado por 3 frutas.

5º.- Le vamos a poner nombre a ese grupo de frutas. A los conjuntos se les "nombra" por una letra MAYUSCULA por ejemplo F, y sus elementos (o sea las frutas) se escriben dentro de paréntesis de llaves y separados entre sí por comas.

Entonces:
F = {uvas, naranja, limón} y lo leemos F es el conjunto formado por uvas, naranja y limón.

------------- 0 ------------

Ahora vamos a imaginar que en este recuadro tenemos las letras del alfabeto hasta la i.



A = { a, b, c, d, e }

1º.- Escribe todas esas letras en el recuadro.

2º.- Agrupa con una cuerda a las 5 primeras letras del alfabeto y llámalo Conjunto A.

3º.- Escribe sus elementos como se te dijo para F.

4º.- Agrupa con otra cuerda dos elementos de ese Universo. Llámalo B y escribe sus elementos aquí:
B = { h, g }

5º.- Repite el proceso con todos los elementos que quedan y llámalo C. Escríbelo.

C = { f, i }

Resumiendo

1) **Una agrupación de elementos forma un conjunto**

2) **Los elementos de un conjunto se escriben dentro de un paréntesis separados por una coma**

Para formar conjuntos, no es necesario que dibujes todas las veces dentro del recuadro (Conjunto Universo). Puedes hacerlo directamente.
Ejemplo:
El Universo será el 5º Básico (un curso cualquiera) En él formarás los siguientes conjuntos.

A = {niños y niñas que llegaron este año al curso}

A = { Iris, Pablo, María, Paz, Damián }

B = {niñas del curso cuyo nombre empieza por M}

B = { Marta, Margarita, Matilde }

C = {niños del curso cuyo nombre empieza por P }

C = { Pablo }

D = {niños y niñas que se sientan en la primera fila }

D={Violeta, Benjamín, Nicolás, Cristóbal, Pablo, Andreína }

Si te fijas, hemos nombrado cada ejemplo anterior de 2 maneras.

Eso quiere decir que TODO conjunto puede nombrarse de 2 maneras.

En la primera, te doy la condición que deben cumplir todos los elementos del conjunto.Ese se llama método de COMPRENSION

La segunda manera se llama nombrar un conjunto por el método de EXTENSION y consiste en nombrar uno a uno todos los elementos que cumplen con la condición pedida.

Actividad 1.-

Piensa en el Universo de los Juguetes. Forma un conjunto J con 4 elementos, otro P con 2 elementos y otro Q con 5 elementos.

J = { muñeca, pelota, autito, peluche }

P = { Game Q, Super Nintendo }

Q = { Barbie, tren, avión, bicicleta, monopolio }

¿Separaste sus elementos con coma? Si

¿Cerraste el paréntesis de llave en cada ejemplo? Si

¿Qué método usaste en J, P y Q para nombrarlos? Extensión.

Actividad 2.-

A = {Días de la semana que empiezan por J}

A = { Jueves }

B = {meses del año que empiezan por la letra A}

B = { Abril, Agosto }

¿Qué método usaste para nombrar A y B? Extensión.

Actividad 3.-

R = {a, e, i, o, u }

R = { vocales }

S = { Martes, Miércoles }

S={Días de la semana que empiezan con M }

¿Qué método usé yo para nombrar R y S? Extensión. ¿ y tú? Comprensión.

Actividad 4.-

Ahora nuestro Universo será el conjunto de los Números Naturales.

1°.- Escribe un conjunto T = { Números Naturales < 8 } por extensión.

T = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

2° Al revisar sus elementos, contesta sí o no.

a)¿ El 9 pertenece a T? No

b)¿El 1 pertenece a T? Si

c)¿El 5 pertenece a T? Si

d)¿El 11 pertenece a T? No

El símbolo que usaremos para indicar si un elemento pertenece a un conjunto es $\in$.

Ej: $2 \in T$

Y cuando el elemento no pertenezca al conjunto escribiremos $\notin$.

Ej: $8 \notin T$

Prueba tú: Nuestro U (Universo) será "los animales domésticos"

P = { gato, pato, pollos, gallina, perro……….. }

Contesta colocando $\in$ o $\notin$ según corresponda.

Gato $\in$ P	**Pollo $\in$ P**	**Caballo $\in$ P**
Jirafa $\notin$ P	**Camello $\notin$ P**	**León $\notin$ P**

<u>Resumiendo:</u>

Cuando un elemento está en el conjunto decimos que $\in$ al conjunto.

Cuando un elemento no está en el conjunto decimos que $\notin$ al conjunto.

<u>Actividad 5.-</u>

Sea A = {p, q, r, s, t, u, v, w}. Contesta V o F (verdadero o falso) en :

1) **$a \in A$ F**	7) **♣ $\in$ A F**
2) **$q \notin A$ F**	8) **$\Psi \notin A$ V**
3) **$t \notin A$ F**	9) **$u \in A$ V**

4) x $\in$ A F

5) r $\notin$ A F

6) p $\in$ A V

7) 2 $\notin$ A V

10) w $\notin$ A F

11) s $\notin$ A F

12) b $\notin$ A V

13) p $\notin$ A F

Actividad 6. **Forma el conjunto B según las "pistas" dadas:**

1) 2 $\notin$ B	4) 7 $\in$ B	7) 9 $\in$ B	10) 8 $\notin$ B
2) 5 $\in$ B	5) 6 $\notin$ B	8) 1 $\in$ B	11) $\otimes$ $\notin$ B
3) 4 $\notin$ B	6) 10 $\notin$ B	9) 0 $\notin$ B	12) Ω $\notin$ B

B = { 1, 5, 7, 9 }

¿Encerraste los elementos entre paréntesis de llaves? Si

¿Los separaste por comas? Si

¿Por qué método estás nombrando el conjunto? Por extensión

Actividad 7.- Responde:

1) **¿Cuántos elementos hay en el conjunto A de la Actividad 5?** Hay 8 elementos

2) **¿Cuántos elementos hay en el conjunto B de la Actividad 6?** Hay 4 elementos

Cada vez que puedas contar los elementos de un conjunto, es porque ese conjunto es FINITO.

4) **El conjunto del 5° Básico ¿Es finito?** Si **¿Cuántos elementos tiene?** 32 elementos

Actividad 8.-

Encuentra el número de elementos en los siguientes conjuntos:

P = { meses del año} Tiene 12 elementos

Q = { Días de la semana } Tiene 7 elementos

R = { Profesoras del 5° Básico } Tiene 12 elementos

S = { Números enteros entre el 2 y el 3 } Tiene 0 elementos

T = { Meses del año que empiecen por X } Tiene 0 elementos

En los ejemplos anteriores, buscaste el número de elementos que tiene un conjunto. Eso se llama determinar la CARDINALIDAD del conjunto. Existe un símbolo para referirnos a la Cardinalidad; tú lo has visto y es #.

Entonces # P = 12 # Q = 7 # R = 12 # S = 0 # T = 0

Luego: el Cardinal de un conjunto nos indica La cantidad de elementos que él tiene.

Actividad 9.- Inventa:

1) Un conjunto A formado por 3 elementos, es decir # A = 3

A = { b, e, s }

2) Un conjunto B tal que # B = 5

B = { perro, vaca, flor, hoja, mosca }

3) Un conjunto C, tal que # C = 0

C = { nombrar el 8º día de la semana }

4) Un conjunto D tal que # D = 1

D = { a }

5) Observa: # B = 5 # C = 0

Cuando el Cardinal de un conjunto es 0 (cero) nos indica que NO tiene elementos y se llama Conjunto Vacío y el símbolo con el que lo identificaremos será Φ.

Entonces: Si $\# C = 0 \Rightarrow C = \Phi$ C es conjunto vacío

El símbolo Φ se lee Fí (y es una letra del alfabeto griego)

En cambio, cuando el conjunto tiene elementos como en el conjunto B (# B = 5) decimos que B es un conjunto no vacío.

6) Cuando un conjunto tiene 1 elemento, el conjunto se llama Conjunto Unitario.

Actividad 10.- **Inventa por el método de comprensión:**

1) **Un conjunto no vacío cuya cardinalidad sea 7 = { dias de la semana}**

2) **Un conjunto vacío. = { vaca verde }**

3) **Un conjunto unitario. = { x }**

Actividad 11.- **Nombra por extensión cada uno de los siguientes conjuntos y luego encuentra su cardinal.**

1) **A = { Días de la semana }** **# A = 7**

A = { Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo }

2) **B = { Países que limitan con Chile }** **# B = 3**

B = { Argentina, Perú, Bolivia }

3) **C = { Los primeros 7 elementos del conjunto de los números Naturales }**

C = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } **# C = 7**

4) **D = { Un océano que baña la costa chilena }** **# D = 1**

D = { Pacífico }

5) **F = { Nombre de tus 3 mejores amigos }** **# F = 3**

F = { Karina, Samuel, Bárbara }

6) **M = { Tu fruta preferida }** **# M = 1**

M = { chirimoya }

Actividad 12.-

Compara los cardinales de todos los conjuntos de la actividad 11 y escribe cuales tienen la misma cardinalidad. Conjunto A $\wedge$C ; D $\wedge$ M ; B $\wedge$ F .

Los conjuntos que tienen la misma cardinalidad se llaman CONJUNTOS EQUIVALENTES

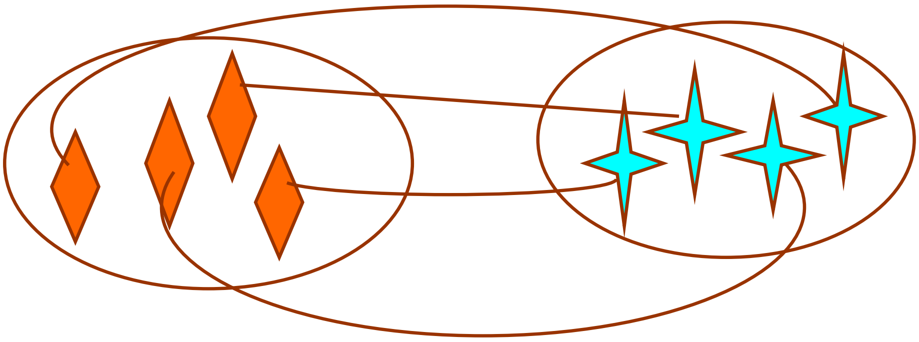
$$\boxed{\text{Si } \#A = \#C \Rightarrow A \leftrightarrow C}$$

La definición anterior se lee. " Si el cardinal del conjunto A es igual al cardinal del conjunto C, implica que el conjunto A es <u>equivalente</u> con el conjunto C.

<u>Actividad 13.-</u>

Observa estos conjuntos:

A **B**



$$\boxed{\text{Si } \#A = \#B \Rightarrow A \leftrightarrow B}$$

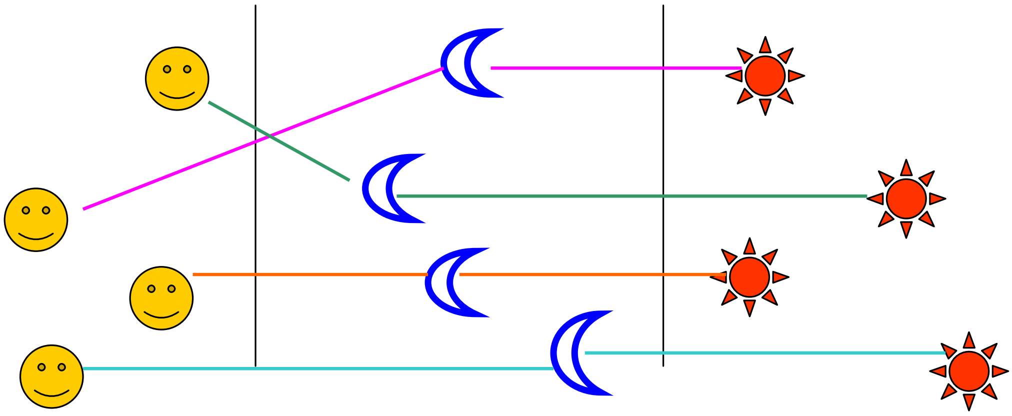
¿Verdad? Si

Traza una línea desde cada rombo a una estrella.¿Te fijas que a cada rombo le corresponde una estrella? ¿Te fijas que a cada estrella le corresponde un rombo?

Al trazar esa línea has establecido una correspondencia uno a uno lo que significa que <u>son conjuntos equivalentes.</u>

Actividad 14.- Dibuja 3 ejemplos que muestren conjuntos equivalentes, es decir 3 ejemplos en los que establezcas una correspondencia UNO a UNO

1^er ejemplo 2° ejemplo 3^er ejemplo



REPASEMOS.-

1) Una colección o un grupo de elementos forman un CONJUNTO
2) -Los conjuntos se denotan por letras MAYUSCULAS
3) Sus elementos se encierran entre PARÉNTESIS separados por COMAS
4) Si no escribo los elementos, también los puedo DIBUJAR
5) Existen 2 métodos para nombrar un conjunto, ellos son:

   EXTENSIÓN y COMPRENSIÓN

6) Cuando vemos o sabemos que un elemento está en un conjunto, decimos que ese elemento PERTENECE al conjunto y el símbolo que usamos es $\in$
7) Si ves: ♥ $\notin$ A significa que CORAZÓN NO PERTENECE AL CONJUNTO A

8) Cuando puedo contar los elementos de un conjunto, digo que se trata de un conjunto FINITO

9) Si no puedo contar los elementos, es un conjunto INFINITO

10) Encontrar el cardinal de un conjunto es SABER CUANTOS ELEMENTOS TIENE

11) El símbolo # significa CARDINAL

12) Si veo # A = 4 significa que EL CONJUNTO A TIENE 4 ELEMENTOS

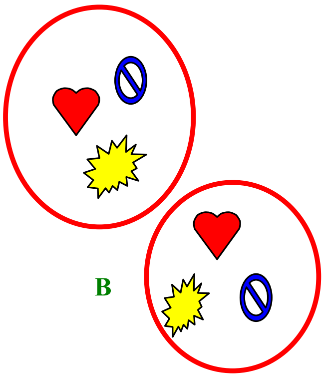
13) Si veo # B = 0 significa que EL CONJUNTO NO TIENE ELEMENTOS

14) Si veo # C = 8 y # D = 8 puedo decir que los conjuntos son EQUIVALENTES ya que tienen LA MISMA CANTIDAD DE ELEMENTOS

15) Si escribo P ↔ Q lo leo P ES EQUIVALENTE CON Q y significa que ENTRE ELLOS SE ESTABLECE UNA CORRESPONDENCIA UNO A UNO.

16) Para establecer una corresp. 1 a 1 entre 2 conj., deben ser EQUIVALENTES

Observa: A



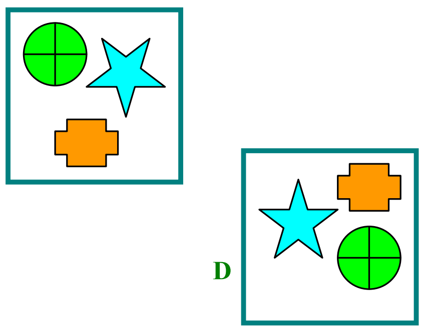
B

¿Cómo son sus elementos? Iguales

Entonces diremos A = B

(Conjunto A igual conjunto B)

C



D

¿Cómo son sus elementos? Iguales

Entonces diremos C = D

(Conjunto C igual conjunto D)

RESUMIENDO´.-

Cuando dos (o más) conjuntos tengan los mismos elementos diremos que ellos son conjuntos IGUALES

Actividad 15. **Selecciona cuales conjuntos son iguales entre si;**

RESPONDE AQUÍ.

A = { Las vocales }	**Conjunto D = Conjunto E**
B = { 1, 2, 3, 4, 5 }	**Conjunto C = Conjunto F**
C = {a, e, i, o, u }	**Conjunto J = Conjunto K**
D = {1, 2, 3)	
E = { 3, 1, 2 }	
F = { u, o, i, e, a, u, i, a }	
G = { }	
H = { 0 }	
I = { perros con 9 patas }	
J = { a }	
K = { a, a, a, a }	

Actividad 16.-

Busca la cardinalidad de cada conjunto de la Actividad 15, escribiéndola con la simbología correspondiente.

NOTA: Los elementos en los conjuntos se escriben una sola vez. Mira los ejemplos.

A = { a, e, i } **y no A = { a, e, e, i, a, a }**

 # A = 3 **# A = 3 y no 6**

¡No te olvides!

Lápiz rojo en mano corrige los errores de los siguientes conjuntos.

1) **A = { O, □ , ⊗ }**

2) **B = { 1 , 2, 3, 4 }**

3) **P = { a, e, i, o, u }**

4) **Si Q = { ♣, ♣, ♣, ♠ } debería ser { ♣, ♠ }**

5) **Si M = { Lunes, Martes, Miércoles } yo digo que por comprensión**

M = { los 3 primeros meses del año } debería ser

M = { los 3 primeros días de la semana }

6) **Si N = { Chile, Perú, Bolivia, Argentina } yo digo**

N = { 4 países de América Central } debería ser

N = { 4 países de América del Sur }

7) **Si R = { los 8 primeros números naturales } yo digo que**

R = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 } Está correcto

Imagina que nuestro Conjunto Universo U será el Reino Animal. Formemos el conjunto

A = { mamíferos de 4 patas }

Ahora escribe un conjunto B con solo 3 elementos pero que sean mamíferos con 4 patas.

B = { perro , gato , caballo }

Pensemos; ¿Están todos los elementos de B en A? Si

Entonces decimos: B es un subconjunto de A y simbólicamente escribiremos B $\subset$ A. Es decir, el símbolo " $\subset$ " lo leeremos subconjunto.

Otro ejemplo: J = { jirafa, león, tigre, elefante} Preuntamos: ¿Está todos los elementos de J en A? Si. Entonces decimos :J es un subconjunto de A. Otro ejemplo:

P={ ardilla, pato, jirafa, delfín }

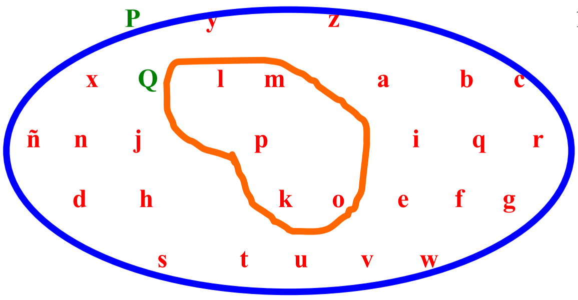
Preguntamos: ¿Están todos los elementos de P en A? No, porque pato no es mamífero de 4 patas y porque delfín no es mamífero de 4 patas.

Entonces decimos P no es subconjunto de A y escribimos P $\not\subset$ A.

Es decir, el símbolo $\not\subset$ se leerá " no es subconjunto "

Actividad 18.-

Sea P el conjunto de las letras del Alfabeto. Fórmalo.(Usa letras minúsculas)



1) Forma el conjunto Q con 5 elementos de P, Enciérralos con una cuerda .

2) Pregunta: ¿Están todos los elementos de Q en P? S1

3) Entonces decimos que Q es subconjunto deP.

4) ¿ Será P $\subset$ Q? No ¿Por qué? Porque todos los elementos de P no están en Q.

Actividad 19.-

Sea R = { 2, 3, 4, 6, 9, 15 }. Coloca el símbolo de $\subset$ o $\not\subset$ según corresponda y justifica.

A = { 3, 8, 1 } A_$\not\subset$_R porque 8 y 1 no están en R

B = { 6, 15, 2, 3 } B_$\subset$_R porque todos los elementos de B están en R

C = { 0, 1, 3 } C_$\not\subset$_R porque sólo el 3 está en R

D = { 4 } D_$\subset$_R porque 4 está en R

E = {2, 3, 4, 6, 9, 15 } E___⊂___R porque todos los elementos de E están en R

F = { 9 } F___⊂___R porque 9 pertenece a R

G = { a, b, 2, 3 } G___⊄___R porque { a, b } no están en R

H = { 2 } H___⊂___R porque 2 está en R

<u>Actividad 20.-</u>

Considera M = { a, e, i }, busca todos los subconjuntos que encuentres del conjunto M, por ejemplo { a }

{ a, e, i } { } { a } { e } { i } { a, e } { a, i } { e, i }

Si has encontrado 8 subconjuntos ¡ lo lograste con éxito!

Inténtalo ahora para P = { 1, 2 }. Esta vez debes encontrar 4 subconjuntos de P.

{ 1, 2 } { } { 1 } { 2 }

Ahora, S = { ⊗, ♥, θ } (otra vez son 8 subconjuntos)

{ ⊗, ♥, θ } { } { ⊗ } { ♥ } { θ } { θ, ♥ } { ⊗, θ } { ♥, ⊗ }

Como viste, según correcciones, el <u>conjunto vacío</u> es <u>subconjunto</u> de todo conjunto.

Así, Si B = { ♣, ♠ }, todos los ⊂ de B serán: { ♣ }, { ♠ }, { ♣, ♠ }, { }

<u>Todo conjunto es subconjunto de si mismo</u>

Intenta tú solo/a: T = { 1, 2, 3 }. Encuentra todos los ⊂ de T.

{ 1, 2, 3 } { } { 1 } { 2 } { 3 } { 1, 2 } { 1, 3 } { 2, 3 }

Ahora vamos a escribir todos los subconjuntos en un solo conjunto, al que llamaremos CONJUNTO POTENCIA, que en el caso de T, lo vamos a escribir.

$\wp_{(T)}$ = [{ 1, 2, 3 } { } { 1 } { 2 } { 3 } { 1, 2 } { 1, 3 } { 2, 3 }]

¡ Ojo! ℘ es el símbolo de conjunto potencia. (T) es del conjunto T.

Mas ejercicios.

Encuentra el conjunto potencia de cada uno de los siguientes conjuntos.

A = { ∇, € }

℘**(A)** = [{ ∇, €} { } { ∇ } { € }]

B = { 1, 2, 3 }

℘**(B)** = [{ 1, 2, 3 } { } { 1 } { 2 } { 3 } { 1, 2 } { 1, 3 } { 2, 3 }]

C = { 1 }

℘**©** = [{ 1 } { }]

D = { ♣, ♥, ♠ }

℘**(D)** = [{ ♣ , ♥, θ } { } { ♣ } { ♥ } { θ } { θ, ♥ } {♣ , θ } { ♣, ♥ }

E = { }

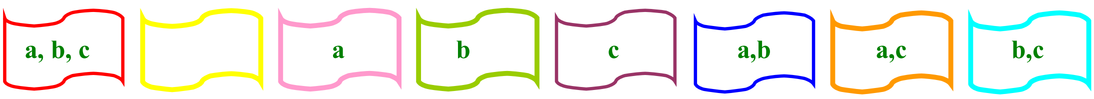
℘**(E)** = [{ }]

F = { a,e }

℘**(F)** = [{ a, e }] { } { a } { e }]

Entonces:

El Conjunto Potencia de un conjunto , está formado por todos los subconjuntos del conjunto dado, <u>sin olvidar</u> incluir al conjunto VACIO que es subconjunto del Conjunto Potencia



REPASO

1) **Nombra por extensión dos conjuntos equivalentes.**

A = { 1,2,3,4,}   B = { a, b, c, d, }

2) **Nombra por comprensión tres conjuntos equivalentes.**

A = { vocales } ; B = { x/x $\geq$ 1, x $\leq$ 5 } ; { 5 primeros meses del año}

3) **Nombra dos conjuntos iguales.**

M = { ▰ , ● ▲ }   N = {▲ ▰, ● }

4) **Nombra tres subconjuntos de P = { pato, pollo }**

A = { pato , pollo } { pato } { pollo }

5) **Responde V o F .**

A = { ∇, □, O }

{ ∇ } $\subset$ A	V	{ ∇, □ } $\subset$ A	F	{□, O} $\subset$	V
{ □ } $\not\subset$ A.	F	∅ $\in$ A	F	◊ $\subset$ A	F
O $\in$ A	V	∅ $\subset$ A	V	♥ $\in$ A	F

Comentario [ML1]:

6) **Completa cada ejercicio, usando correctamente $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$.**

Sea T = {números naturales ∠ 9 }   T = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

a) { 1,2 } $\subset$ T	g) 4 $\wedge$ 5 $\in$ T
b) 1 $\in$ T	h) 9 $\notin$ T
c) 2 $\in$ T	i) ϕ $\notin$ T
d) { 4,5,6} $\subset$ T	j) { ϕ } $\subset$ T
e) { 9 } $\subset$ T	k) 2,3$\wedge$6 $\in$ T
f) {11, 15} $\not\subset$ T	l) 12 $\notin$ T

6) **Encuentra y corrige los errores.**

Sea S = { 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

a) $\{ 2, 3 \} \boxed{\in} S$ d) $\boxed{\{ \phi \}} \subset S$ g) $\{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} \subset S$

b) $2 \wedge 3 \in S$ e) $\phi \subset S$ h) $\{ 8, 9, 10 \} \boxed{\notin} S$

c) $\{ 2, 3 \} \subset S$ f) $\phi \boxed{\in} S$

Encuentra el cardinal de los siguientes conjuntos:

A = { niños y niñas de la fila 1 del 5° Básico del Colegio } # A = 6

B = {Apellidos que empiezan por " C " del 5° Básico del Colegio } # B = 2

-------------------- O -------------------

A continuación, vamos a aprender a utilizar un lenguaje simbólico para expresar ideas o definiciones. Al comienzo se verá un poco extraño, pero con la práctica vas a darte cuenta de lo fácil que resulta. Recordemos en que consiste nombrar un conjunto por el METODO DE COMPRENSIÓN: debe darse la condición que tienen que cumplir todos los elementos del conjunto.

Ej. A = { Argentina, Perú, Bolivia}

A = { Países que limitan con Chile }

Responde:

Acabas de escribir A con el método de Comprensión

¿Tiene elementos A? Si

¿Cumplen <u>todos</u> la <u>misma</u> condición? Si

¿Cuál es esa misma condición? Todos limitan con Chile

En adelante, llamaremos "x" a <u>todos</u> los elementos de A. Entonces, nuestro conjunto A escrito por Comprensión usando la nueva simbología será:

A = { x / x países que limitan con Chile }

Leemos: A es igual al conjunto formado por x, tales que x (elementos) son los paises que limitan con Chile. El símbolo " / " lee "tal que ", "x" son los elementos del conjunto.

Ejemplo:

Lee solo " / " y escribe por extensión.

B = { x / x meses de Verano }

B = { Diciembre, Enero, Febrero }

Actividad 21.-

Expresa los siguientes conjuntos por Comprensión pero ahora usando la nueva notación simbólica.

1) A = { días de la semana }

A = { x / x días de la semana }

2) B = { países que limitan con Chile }

B = { x / x países que limitan con Chile }

3) C = { los primeros 7 elementos del conjunto de los números naturales}

C = { x / x los primeros 7 elementos del conjunto de los naturales}

4) D = { océano que baña la costa chilena }

D = { x / x océano que baña la costa chilena }

5) E = { nombre de tus 3 mejores amigos }

E = { x/x nombre de los 3 mejores amigos }

6) F = { tu fruta preferida }

F = { x/ x nombre de la fruta preferida }

2) B = { x / x ∠ 6, x ∈ N }

Otro símbolo que deberás reconocer y utilizar es ∀, se lee " para todo".

Entonces, si tu ves ∀ x lees : para todo x.- Entiendo " para todo elemento que forma el Conjunto".- SI VES : ∀x/x ∈ B <u>lees</u> para todo x perteneciente al conjunto B.

Como su nombre lo indica : PARA TODO , "debe" ser para cada uno de los elementos del Conjunto, no sólo para algún elemento.

<u>Actividad 22.-</u>

Escribe como se leerán cada una de las frases escritas en símbolos.

1) $\forall$ x $\in$ A $\Rightarrow$ Para todo elemento x que pertenece al conjunto A

2) B = { x / x < 6, x ∈ N } Conjunto de los números menores que 6, siendo x natural

3) A ⊂ B ⇔ ∀ x ∈ A , x ∈ B A es subconjunto de B <u>si y sólo si</u> para todo elemento de A, se cumple que este debe estar en B.

4) A ↔ B ⇔ # A = # B El conjunto A es equivalente con el conjunto B, si y sólo si el cardinal de A es igual al cardinal de B.

5) S i ∀ x ∈ A, x ∈ B ⇒ A = B Si para todo elemento perteneciente al conjunto A, este también pertenece a B <u>implica</u> que el conjunto A es igual al conjunto B

El símbolo ∧ se lee "y" Ej: A ∧ B es Conjunto A y conjunto B.

El símbolo ∨ se lee "o" Ej: C ∨ D es Conjunto C o conjunto D.

¿Te fijaste en las " frases"anteriores?- ¿Descubriste alguna definición conocida?

¿Cuál? (es) A ⊂ B ⇔ ∀ x ∈ A , x ∈ B Nº 3

Entonces tu trabajo es __aprender__ a escribirlas, __memorizarlas__ y por supuesto __saber leerlas__ y reconocerlas.

DEFINICION Cuando 2 (o más) conjuntos tengan los mismos elementos, diremos que ellos son __Conjuntos iguales.__

DEFINICION Los conjuntos que tienen la misma cardinalidad, se llaman __Conjuntos Equivalentes__

DEFINICION.- Cuando un elemento está en el Conjunto Universo, decimos que ($\in$) __Pertenece alConjunto.__

Enmarca las definiciones anteriores.

Repasemos los símbolos.-

$\forall$ **Para todo**	$\leftrightarrow$ **Equivalente**
$\in$ **Pertenece**	$\not\leftrightarrow$ **No es equivalente**
$\notin$ **No pertenece**	$\neq$ **No es igual**
$=$ **Es igual**	$\wedge$ **y**
$\Rightarrow$ **Implica**	$\vee$ **o**
$\Leftrightarrow$ **Si y sólo si**	$\not\subset$ **No es subconjunto**
$\subset$ **Subconjunto.**	

OPERATORIA EN CONJUNTOS

1) **Observa los conjuntos:**

A = { ♣, ♥, ♠)

B = { #, ♦,♣,• }

2) **¿Tienen algún (o algunos) elemento (s) en común? Si ¿Cuál? ♣**

3) **Entonces¿Puedo afirmar que ♣ ∈ A? Si ¿Puedo afirmar que ♣ ∈ B? Si**

4) **Luego también puedo decir que ♣ ∈ A ∧ ♣ ∈ B Si**

5) **La situación anterior significa que hemos efectuado la INTERSECCION entre los conjuntos A y B y hemos obtenido un nuevo conjunto formado por el (o los) elemento (s) común (es) de A y B.**

6) **Lo anterior se denota así: A ∩ B = ♣ y se lee: " A intersección B es el conjunto formado por el elemento ♣ "**

Ejemplo: C = {4, 5, 6 } ∧ D = { 2, 3, 4, 5, 6 }   Efectúa C ∩ D.

Veremos cuál o cuáles son los elementos comunes: 4, 5, 6

Entonces C ∩ D = { 4, 5, 6 }

¿Cómo se lee el símbolo ∩? INTERSECCIÓN

La INTERSECCION es una operación que se efectúa con conjuntos.

Otro ejemplo:

El conjunto D = { 4,5,6,7,8} ¿se intersectaría con el

Conjunto E = ´{ 4,7,8,9,10}? Si porque ambos tienen elementos comunes.

D ∩ E = { 4, 7, 8 }

Actividad 23.-

Dados los siguientes conjuntos, efectúa la operación $\cap$.-

a) P = { ∇, 0, , ⇓ } Q = { ◊,0,∇ }

P $\cap$ Q = { 0,∇ }

b) S = { x / x ∈ N, x ∠ 3 } T = { x / x ∈ N, 2 ≤ x ≤ 7 }

S = { 1,2 } T = { 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

S $\cap$ T = { 2 }

c) A = { a, e, i, o } B = {a, b, c, d, e, f, g, h }

A $\cap$ B = { a, e }

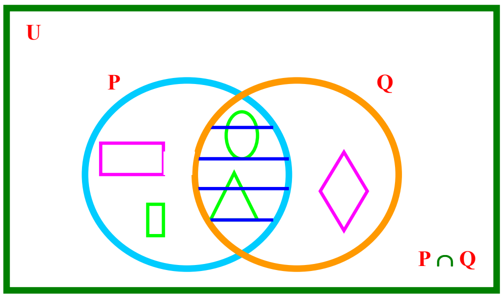
d) E = { x / x ≤ 6 } F = { x / x ≤ 8 }

E = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 } F = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

E $\cap$ F = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Vamos a aprender a "mostrar" la operación INTERSECCION en un DIAGRAMA.-

Consideremos el ejemplo a) (Actividad 23).



Para interpretar el diagrama, fíjate que con una cuerda fueron encerrados todos los elementos de P

P = { }

En otra cuerda están encerrados los de Q.

Q = { }

Como P y Q tienen elementos en común, { , } formarán el conjunto $\cap$, por eso ACHURAS (| | | |) solamente la parte en común y lo achurado representa P$\cap$Q .fomado por los elementos Comunes de ellos.

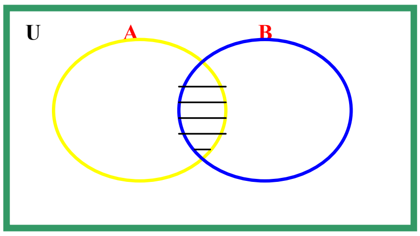
(Representa los otros ejercicios en una hoja).

Ya aprendiste a encontrar el Conjunto Intersección y también a representarlo en un diagrama. También sabes que es posible ∩ 3 conjuntos y también viste que se obtiene un nuevo conjunto formado por los elementos Comunes de ellos.

Ahora vamos a entregar en símbolos la definición de la operación intersección.-

$$\boxed{A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}}$$

Y el diagrama que representa la ∩ entre a y b será:



Actividad 24.-

Dados los conjuntos A = {1, 2, 3} B = {5, 7} C = {1, 8}

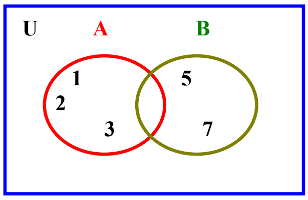
D = {2, 4, 5}, encuentra:

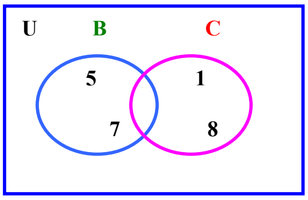
a) $A \cap B = \varnothing$

b) $B \cap C = \varnothing$

c) $A \cap D = \{2\}$

d) $D \cap C = \varnothing$





Acabas de ver y comprobar que al efectuar la ∩ entre conjuntos, es posible obtener un Conjunto Vacío (es decir, no existen elementos en común). En ese caso, diremos que esos conjuntos son CONJUNTOS DISJUNTOS. Definición:

$$\boxed{\text{Si } A \cap B = \phi \Rightarrow A \wedge B \text{ son conjuntos disjuntos}}$$

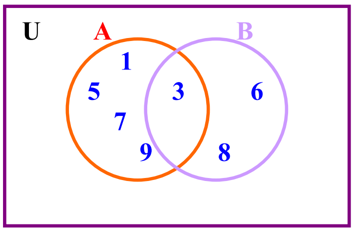
Actividad 25.-

Inventa un conjunto A, tal que # A = 5 A = { 1, 3, 5, 7, 9 }

Inventa un conjunto B, tal que # B = 3 B = { 3, 6, 8 }

Efectúa A ∩ B = { 3 }

Haz el diagrama correspondiente:



¿Son Disjuntos? No

¿Por qué? Porque su intersección no es vacía.

Ahora inventa 3 conjuntos (P, Q, R) de modo que:

a) Cuando hagas P ∩ Q ≠ ϕ

b) Cuando hagas P ∩ R ≠ ϕ

c) Cuando hagas P ∩ Q ∩ R ≠ ϕ

P = { 1, 2, 5, 8 }

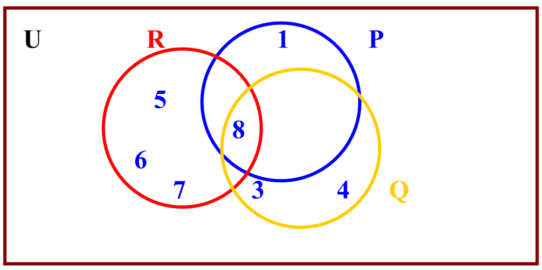
Q = { 2, 3, 4, 8, }

R = { 5, 8, 6, 7 }

P∩Q∩R = { 8}

d) Haz el diagrama correspondiente para a), b), c), d), en el hueco que sigue.-

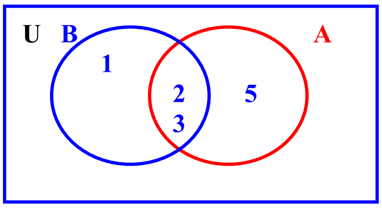
e)



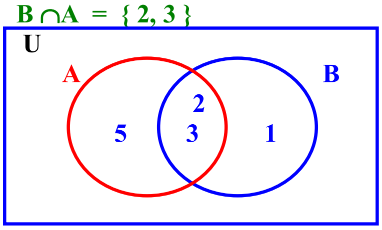
Actividad 26.-

Sea A = { 1, 2, 3 } B = { 2, 3, 5 } C = {3, 4, 5, 6,}

I Efectúa y grafíca: **A ∩ B = { 2, 3 }**



B ∩A = { 2, 3 }



Compara ambos conjuntos: A ∩ B ∧ B ∩ A ¿Cómo son? El conjunto ∩ es igual.

II Ahora efectúa, grafica y compara: B∩C ; C ∩ B ; A ∩ C ; C ∩ A

III ¿Puedes redactar alguna conclusión después de haber efectuado I y II?

Hazlo:---

IV Todo lo anterior nos permite afirmar que:

La ∩ de 2 conjuntos es CONMUTATIVA porque se cumple A ∩ B = B ∩ A

" No importa el orden en que se efectúe la operación, obtengo el mismo conjunto inteintersección"

<u>Actividad 27.-</u> Sean A = { 1, 2, 3 }   B = { 2, 5, 6 } ∧ C = { 4, 2, 8, 1}

I Efectúa (A ∩ B) ∩ C =

Recuerda: <u>Primero</u> haz la operación del paréntesis, o sea A ∩ B = { 2 }

Después ∩ C, es decir * (A ∩ B) ∩ C = 2

II Según las instrucciones efectúa A ∩ (B ∩ C) = 2

Primero B ∩ C = 2   Luego * * A ∩ (B ∩ C) = 2

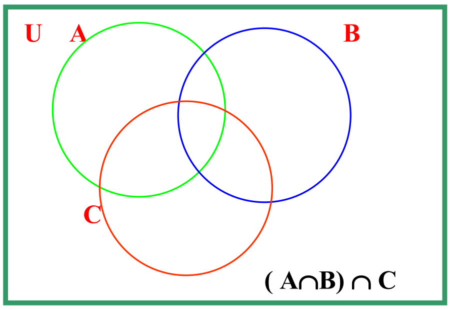
Compara : (A ∩ B) ∩ C con A ∩ (B ∩ C)

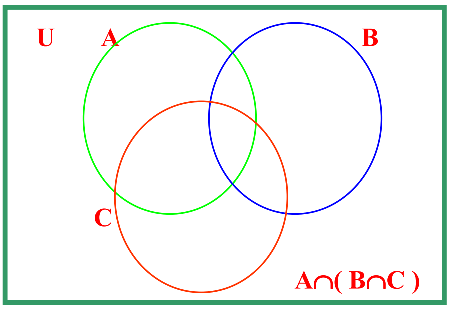
Son conjuntos Iguales

IV Si te fijas en * ∧ * * hemos intersectado esos conjuntos agrupándolos en distinto orden, pero hemos obtenido el mismo conjunto. Esto significa que la ∩ de 3 conjuntos es ASOCIATIVA, expresando esto simbólicamente :

Si (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C) ⇒ que la ∩ es una operación ASOCIATIVA.

Veamos esta propiedad en los diagramas correspondientes:





Actividad 28.-

Escribe por extensión cada conjunto dado y luego efectúa lo pedido (Trabajamos en N)

A = { x / 6 < x ≤ 10 }	**A = { 7, 8, 9, 10 }**	**N = {1, 2, 3, 4, 5, ….}**
B = { x / 3 ≤ x ≤ 8 }	**B = { 3, 4, 5, 6, 7, 8 }**	
C = { x / 5 ≤ x ≤ 9 }	**C = { 6, 7, 8 }**	

a) **Prueba que la ∩ de conjuntos es conmutativa.**

(Recuerda que para ello debe cumplirse que $\boxed{A \cap B = B \cap A}$

A ∩ B = { 7, 8 }

B ∩ A = { 7, 8 }

Comparo si son iguales Si

Entonces concluyo diciendo

La ∩ de 2 conjuntos es Conmutativa

Hazlo tú.
Repite el proceso para otro caso, considerando los mismos conjuntos.

$\boxed{\quad \cap \quad = \quad \cap \quad}$

c) **Ahora, prueba que la ∩ de tres conjuntos es asociativa.**

Debe cumplirse que: $\boxed{(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)}$

Hago primero los ( ) paréntesis

{ 7, 8, 9, 10 } ∩ { 3, 4, 5, 6, 7, 8, } = { 7, 8}

(A ∩ B) ∩ C = { 7, 8 }

{ 7, 8, 9, 10 } ∩ { 6, 7, 8 } = { 7, 8 }

A ∩ (B ∩ C) = { 7, 8}

Compara ambos. Estar de acuerdo en que son iguales ⇒ que la ∩ es una operación

ASOCIATIVA,

Actividad 29.-

Si A = { x / x < 6 }   A = { 1, 2, 3, 4, 5 }

Efectúa A ∩ A = { 1, 2, 3, 4, 5 }

Observa el conjunto obtenido . ¿Podemos afirmar que $\boxed{A \cap A = A}$ -------------

Prueba ahora con B = { 4, 5, 7 }

Efectúa B ∩ B = { 4, 5, 7}

¿Se cumple que B ∩ B = B? Si

Entonces aquí tenemos otra propiedad de la ∩ llamada IDEMPOTENCIA.

Actividad 30.-

Considera P = { 4, 5, 6 } ∧ Q = { }

Efectúa P ∩ Q

¿Observaste que en nuestro ejemplo Q = ϕ? Si

Otro ejemplo: A = { a, e, i, o }

Efectúa A ∩ ϕ = { }

Nuevamente la ∩ es { }

Generalizando: $\boxed{A \cap \phi = \{\ \}}$

Resúmen de las propiedades: (Debes memorizarlas, reconocerlas y saberlas probar con ejemplos)

A ∩ B = B ∩ A **(Prop. CONMUTATIVA**

(A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C) **(Prop. ASOCIATIVA**

A ∩ A = A **(Prop. IDEMPOTENCIA**

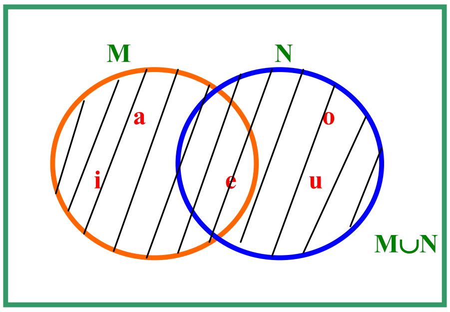
A ∩ ϕ = ϕ

Considera los conjuntos: M = { a, e, i }   N = { e, o, u }

Vamos a formar un nuevo conjunto llamado M ∪ N (se lee M unión N) que estará formado por todos los elementos que pertenecen a M, o a N o a ambos a la vez

*** M ∪ N = { a, e, i, o, u }**

El diagrama que " muestra " esta operación será:



Atención! Como $e \in M \wedge e \in N$,

Debe situarse en la porción común

de $M \wedge N$.-

Atención! Esta vez, para la ∪ se

achuran ambos conjuntos, ya que la

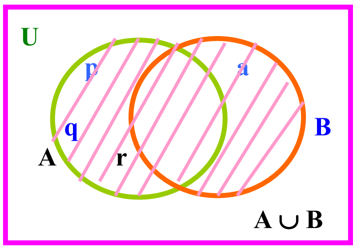
definición así lo dice en ∗, vuelve a

leerla.

Efectúa la unión de los conjuntos dados: $A = \{ p, q, r \}$ $B = \{ a \}$

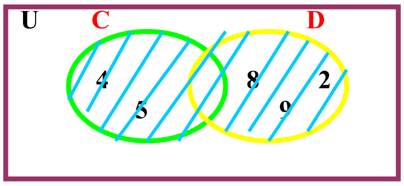
$A \cup B =$ { a, p, q, r }

Diagrama



$C = \{ 4, 5 \}$ $D = \{ 8, 2, 9 \}$ $C \cup D = \{$

Diagrama:



$C \cup D = \{ x / x \in C \vee x \in D \}$

Ahora que ya hemos diagramado bastante, vamos a " bautizar" nuestros diagramas con el nombre de los matemáticos que los crearon. De ahora en adelante, este tipo de Diagrama se llamará DIAGRAMA DE VENN – EULER, más conocido como DIAGRAMA DE VENN. El conjunto Unión, será definido simbólicamente

$$\boxed{A \cup B = \{ x / x \in A \vee x \in B \}}$$

Y lo leeremos " A unión B es un conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B ".-

<u>Actividad.</u> Efectùa y representa en un diagrama de Venn, la unión de cada uno de los siguientes conjuntos.-

$P = \{ x / x \in N, \text{ x pares } < 10 \}$

Haz $P \cup Q \wedge$ diagrama

$Q = \{ x / x \in N, \text{ x impares} < 10 \}$

$R = \{ x / x \in N, \text{ x factores de } 12 \}$

Haz $R \cup S \wedge$ diagrama.

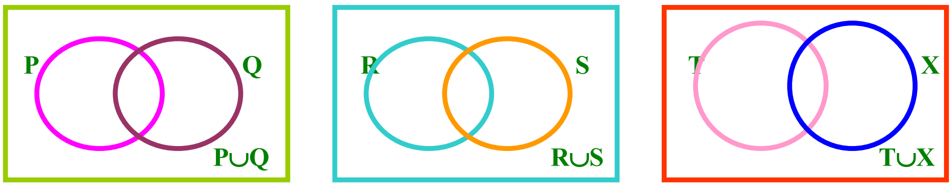
$S = \{ x / x \in N, \text{ x factores de } 10 \}$

$T = \{ x / x \in N, x < 6 \}$

Haz $T \cup X$ y diagrama.

$X = \{ x / x \in N, 5 < x \leq 9 \}$

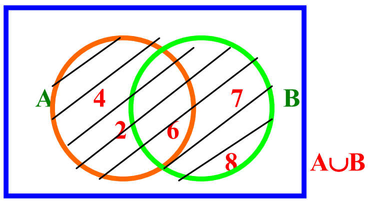
DIAGRAMAS DE VENN.



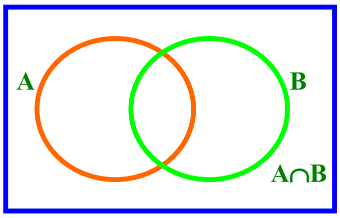
¡No olvides! Si estás uniendo conjuntos <u>no disjuntos</u> es decir, conjuntos que tengan uno o más elementos en común, estos elementos sólo se escriben UNA VEZ y al diagramar se colocan UNA VEZ.

Ejemplo : $A = \{ 4, 2, 6 \}$ $B = \{ 6, 7, 8 \}$

$A \cup B = \{ 2, 4, 6, 7, 8 \}$



¿Y te acuerdas de $A \cap B$? Hazlo.



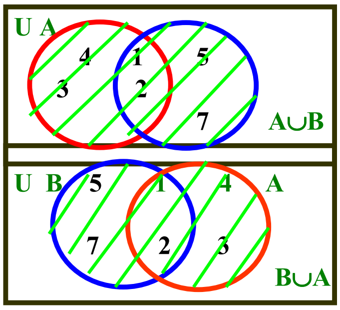
----------O----------

Ahora vamos a ver que pasa si efectuamos la Unión de dos conjuntos en distinto orden.

Sean $A = \{1, 2, 3, 4\} \wedge B = \{1, 5, 7, 2\}$

I $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

II $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$



Compara todo I con todo II.

1) ¿Cómo son $A \cup B \wedge B \cup A$? Iguales

2) ¿Cómo son los diagramas (lo achurado) de $A \cup B \wedge B \cup A$? iguales

Entonces diremos que la Unión de dos conjuntos es CONMUTATIVA

En símbolos:

$$\boxed{A \cup B = B \cup A}$$

¿Será la Unión una operación Asociativa?

Veamos. Deberá cumplirse que $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Recuerda que la Asociatividad nos dice que aunque realicemos la operación agrupando nuestros conjuntos de distinta manera, siempre obtendremos el mismo conjunto final.

Problemas.-

A = { 2, 4, 6 } B = { 1, 3, 5) C = { 1, 3, 6 }

Trabajaremos formando (A ∪ B) ∪ C [Primero hago A ∪ B]

A ∪ B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

(A ∪ B) ∪ C = { 1, 2, 3, 4, 5, 6,}

Ahora hacemos A ∪ (B ∪ C) [Primero hago B ∪ C]

B ∪ C = { 1, 3, 5, 6 }

A ∪ (B ∪ C) = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Compara (A ∪ B) ∪ C con A ∪ (B ∪ C) ¿Cómo son? Iguales

Entonces podemos decir que la Unión es una operación Asociativa ya que:

$$\boxed{(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)}$$

Actividad 31.-

Usando los conjuntos dados, prueba que la unión es una operación Conmutativa y luego prueba que también es una operación Asociativa.

(Trabajaremos en N) M = { x / x < 6} N = { x / x < 8 } O = { x / x < 5)

M = {1, 2, 3, 4, 5 } N = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } O = {1, 2, 3, 4 }

Debes hacer por ejemplo: M ∪ N, luego N ∪ M, compararlos y concluir

M∪N = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } ; N∪ M = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } ;

M ∪ N = N ∪ M ⇒ ∪ es una operación CONMUTATIVA

Ahora hacer (M ∪ N) ∪ O , luego comparar y concluir.

N∪O = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } ; M∪(N∪O) = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

(M ∪ N) ∪ O = M ∪ (N ∪ O) implica que es una operación ASOCIATI

¿Poseerá la $\cup$ la propiedad de IDEMPOTENCIA?

Veamos: Si A = { 8, 7, 6 }

Deberá cumplirse que : $\boxed{A \cup A = A}$

A $\cup$ A = { 8, 7, 6 } = **Podemos decir que la $\cup$ posee la propiedad de IDEMPOTENCIA**

<u>Actividad 32.-</u>

Si A = { x / x $\in$ N, x $\leq$ 3 } pónlo por extensión y luego efectúa A $\cup$ ϕ .

A = { 1, 2, 3 } **A $\cup$ ϕ = { 1, 2, 3 }**

Otro ejemplo: A = { x, y, z, w } **Haz A $\cup$ ϕ = { x, y, z, w } = A**

Es decir, se está cumpliendo la propiedad llamada IDENTICA, en que

$$\boxed{A \cup \phi = A}$$

Esta propiedad consiste en que si unimos un conjunto no vacío, con el conjunto vacío seobtiene el conjunto no vacío

Resumen de las propiedades de la Unión.-

A $\cup$ B = B $\cup$ A	**Propiedad CONMUTATIVA**
(A $\cup$ B) $\cup$ C =	**Propiedad ASOCIATIVA**
A $\cup$ A =	**Propiedad IDEMPOTENCIA**
A $\cup$ ϕ =	**Propiedad IDENTICA**

----------O----------

¿Qué sucederá si hacemos A $\cap$ ϕ?

A $\cap$ ϕ = ϕ

GUIA DE REFUERZO.-

1) Si B = { letras de la palabra reja } = { r, e, j, a }

C = { letras de la palabra mesa } = { m, e, s, a }

Forma: a) $B \cup C$ = { a, e, j, m, r, s } b) $B \cap C$ = { a, e }

2) A continuación, haz los 2 diagramas del problema anterior.

3) Se sabe que $A \wedge B$ son conjuntos disjuntos (o sea que <u>no</u> tienen elementos en común)

Si A = { 1, 3, 5, 7 } $\wedge$ $A \cup B$ = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }, forma el conjunto B.

B = { 2, 4, 6, 8, }

3) En un curso se han formado 2 equipos

F = { x / x son niños que juegan al fútbol }

B = { x / x son niños que juegan al básquetbol }

¿Qué niños formarían los equipos $F \cap B$ $\wedge$ $F \cup B$?

$F \cap B$ = {niños que juegan básquetbol y también fútbol }

$F \cup B$ = { todos los niños de los dos equipos }

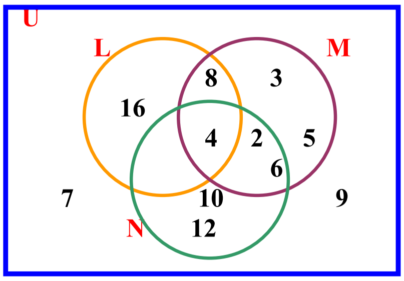
¿Qué niños formarían los equipos $B \cap F$ $\wedge$ $B \cup F$?

$B \cap F = F \cap B$ $B \cup F = F \cup B$

4) Dado el siguiente diagrama, completa lo pedido.

(No olvides que el (   ) se hace en primer lugar).

U				= { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 }
L	$\cup$	**M**		= { 2, 3, 4, 5, 6, 8, 16 }
N	$\cup$	**M**		{ 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10,12}
M	$\cup$	**M**		= **M**
M	$\cap$	**N**		= { 2, 4, 6 }
L	$\cap$	**N**		= { 4 }
(L	$\cap$	**M)**	$\cup$ **N**	= { 4, 10, 12 }
(L	$\cup$	**N)**	$\cap$ **M**	= { 2, 4, 6, 8 }
(L	$\cap$	**M)**	$\cap$ **N**	= { 4 }
M	$\cap$	**(N**	$\cup$ **L)**	= { 2, 4, 6, 8 }



----------O----------

Y ahora veremos una nueva propiedad. Se llama la propiedad DISTRIBUTIVA.

Pero ¡ cuidado! En esta propiedad intervienen <u>2 operaciones.</u>

<u>Caso 1.-</u>

Propiedad Distributiva de la Unión respecto a la Intersección.

$$\boxed{A \cup (B \cap C) \;=\; (A \cup B) \cap (A \cup C)}$$

Probémosla con los siguientes ejemplos:

A = { a, b, c, d } B = { c, d, e } C = { d, e, f }

Formaremos : $A \cup (B \cap C)$ [El ( ) primero!]

$B \cap C \;=\; \{ d, e \}$

$A \cup (B \cap C) \;=\; \{ a, b, c, d, e \}$

Ahora el otro miembro, es decir, *

$(A \cup B) \cap (A \cup C)$ **[Los ( ) primero!]**

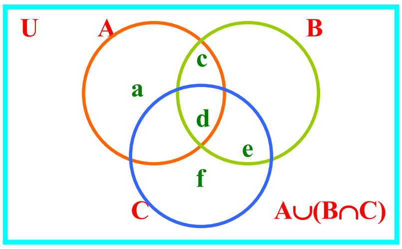
$A \cup B \;=\; \{ a, b, c, d, e \}$ $A \cup C \;=\; \{ a, b, c, d, e, f \}$

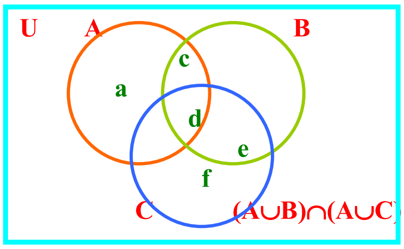
$(A \cup B) \cap (A \cup C) \;=\; \{ a, b, c, d, e \}$ * *

Compara * con * *, son Iguales.

Esto quiere decir que si se cumple $A \cup (B \cap C) \;=\; (A \cup B) \cap (A \cup C)$ **es porque la** $\cup$ **distribuye a la** $\cap$.

Representemos la propiedad en los diagramas de Venn.





<u>Caso 2.-</u>

Ahora veremos la propiedad DISTRIBUTIVA de la $\cap$ **con respecto a la** $\cup$

$$\boxed{A \cap (B \cup C) \;=\; (A \cap B) \cup (A \cap C)}$$

Veamos un ejemplo:

$A \;=\; \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ $B \;=\; \{ 2, 4, 6 \}$ $C \;=\; \{ 3, 5, 7, 9 \}$

Hagamos primero $A \cap (B \cup C)$

$B \cup C \;=\; \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 \}$

$A \cap (B \cup C) \;=\; \{ 2, 3, 4, 5 \}$ *

Ahora hagamos (A ∩ B) ∪ (A ∩ C)

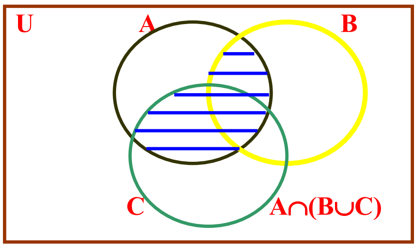
A ∩ B   =   { 2, 4 }   A ∩ C   =   { 3, 5, }

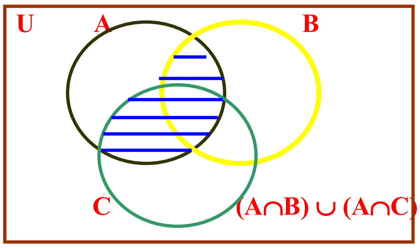
(A ∩ B) ∪ (A ∩ C)   =   { 2, 3, 4, 5 }   * *

Compara * con * * son Iguales

Entonces, si se cumple que A ∩ (B ∪ C)   =   (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) quiere decir que la ∩ distribuye a la ∪.

Veamos en un diagrama cada situación.-





Resumen.-

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA.

a) De la Unión respecto a la Intersección: A ∪ (B ∩ C)   =   (A ∪ B) ∩ (A ∪ C)

b) De la intersección respecto a la unión: A ∩ (B ∪ C)   =   ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C)

----------O----------

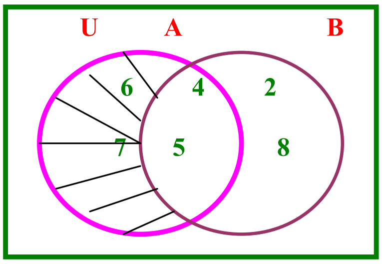
Ahora aprenderemos la DIFERENCIA entre 2 conjuntos.-

A   =   { 4, 5, 6, 7 }   B   =   { 5, 2, 4, 8 }

A – B será un nuevo conjunto formado por todos los elementos que están en A pero

<u>no</u>están en B

A – B = { 6, 7 }



Recuerda: en el diagrama <u>debes</u> achurar A - B

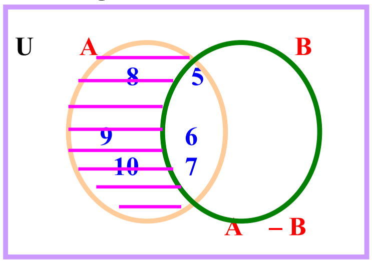
<u>Actividad 33.-</u>

Dados: **A = { x / x ∈ N, 4 < x ≤ 10 }** **B = { x / x ∈ N, 5 ≤ x < 8 }**

A = { 5, 6, 7, 8, 9, 10 } **B = { 5, 6, 7 }**

Encuentra A - B = { 8, 9, 10 }

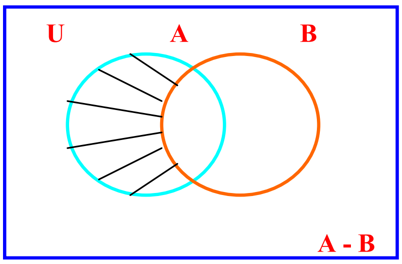
Diagrama de Venn



Ahora definiremos en símbolos:

$$\boxed{A - B = \{ x / x \in A \wedge x \notin B \}}$$

Generalizando el Diagrama de Venn:



----------O----------

EL PRODUCTO CARTESIANO O PRODUCTO CRUZ

Sean A $\wedge$ B dos conjuntos <u>no vacíos</u> ($\neq$ ϕ). Llamaremos producto cruz entre A $\wedge$ B, a un nuevo conjunto, esta vez formados por PARES ORDENADOS, donde la primera componente pertenece a A $\wedge$ la segunda componente pertenece a B.

¿Qué será un PAR ORDENADO? Como su nombre lo indica, será una expresión formada por 2 componentes (1 par = 2 unidades), que se escribirá así: (a, b) y se leerá , el par ordenado a, b.

Deberás recordar siempre que " a " (la 1^{era} componente) $\in$ al conjunto Inicial y que " b " (la 2^{a} componente) $\in$ al conjunto Final.

Al comienzo dijimos que los pares ordenados serán los elementos del conjunto A X B (se lee A cruz B). Entonces definamos.- Sean A $\wedge$ B $\neq$ 0.

$$\boxed{A \times B = \{ (a, b) \,/\, a \in A \wedge b \in B \}}$$

Ejemplo:

Sean: A = { 1, 2, 3 } $\wedge$ B = { 4, 5 } **(Observa que A $\wedge$ B $\neq \phi$)**

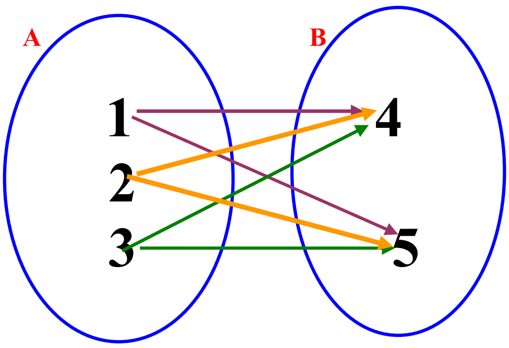
¿Por qué? Porque tienen elementos.

Haremos A X B = { (1, 4) , (1, 5) , (2, 4) , (2, 5) , (3, 4) , (3, 5) }

Conj. inicial Conj. Fina **Nuevo conjunto formado por pares ordenados**

donde la 1^{era} comp. de <u>todos</u> los pares $\in$ A

y la 2^{a} componente de <u>todos</u> los pares $\in$ B.



$A \times B = \{ (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5) \}$

¿Cuántos elementos tiene A X B? 6 Es decir # A X B = 6

<u>Actividad 34.-</u>

Dados $A = \{ x / x \in N, 2 < x \leq 5 \} = \{ 3, 4. 5 \}$, $\# A = 3$

$B = \{ x / x \in N, 3 < x < 5 \} = \{ 4 \}$, $\# B = 1$

$C = \{ x / x \in N, 4 \leq x \leq 7 \} = \{ 4, 5, 6, 7 \}$, $\# C = 4$

Encuentra:

a) A X C = { (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4,4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 7) }

b) A X B = { (3, 4), (4, 4), (5, 4) }

c) A X A = { (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 4), (4, 5), (5, 3), (5, 4), (5, 5)}

d) B X C = { (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7) }

e) C X B = { (4, 4), (5, 4), (6, 4), (7, 4) }

Indica el cardinal de cada producto cruz.-

a) # A X C = 12 b) # A X B = 3 # c) A X A = 9 # d) B X C = 4

 # e) C X B = 4

Compara: B X C $\wedge$ C X B ¿Son iguales? N0

¿Qué significa eso? Que el producto Cruz o Producto Cartesiano NO ES CONMUTATIVO

Luego: $\boxed{B \times C \neq C \times B}$

¿Qué puedes concluir de c) anterior? (A X A)? Que sólo se pueden conmutar en el caso de ser el mismo conjunto, $\boxed{A \times A = A \times A}$

Debes saber que los pares ordenados representan <u>puntos</u> en el plano y los podemos representar en un Gráfico Cartesiano o sistema ortogonal de EJES COORDENADOS

EJES COORDENADOS

Vamos a ubicar los siguientes puntos en el plano.- A (2,4) ; B (8,5); C (0,8); D (5,0)

I Este es un GRAFICO. Está formado por dos rectas numéricas, una horizontal $\longrightarrow$ llamada EJE X o de las Abscisas, y otra vertical $\uparrow$ llamada Eje Y o de las Ordenadas.

En ese gráfico se encuentran ubicados los puntos A, B, C $\wedge$ D, los que son pares ordenados, según se puede observar.

II A continuación se explicará cómo se graficó A (2, 4).

Como 2 es su primera componente o abscisa , se pone el lápiz sobre el 2 del eje X, luego se " trepa " por el plano hasta que el lápiz esté frente al 4 que está en el eje de las Y. El punto de $\cap$ de las rectas que se forman, marca el punto buscado.-

Analiza tú solo como se graficó B (8, 5)

a) La primera componente es 8 o sea, me pongo en 8 del eje X

y subo por el plano hasta enfrentar al 5 del eje Y.

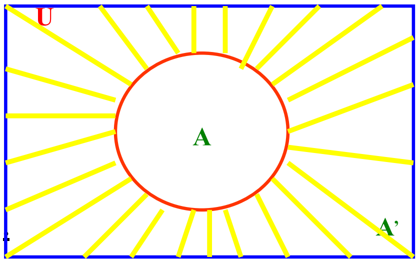
El punto de $\cap$ de ambas " proyecciones " es el punto B (8, 5)

¿Cómo se hizo C (0, 8)? Puse el lápiz sobre el 0 y trepé por el eje Y hasta el 8.

a) La 1^a componente e 0 sea, me pongo en 0 (se llama ORIGEN del sistema de Ejes Coordenados), subo por el eje Y hasta llegar a 8 y sobre el eje Y se encuentra C, ya que su abscisa era cero

COMPLEMENTO DE UN CONJUNTO.-

Observa el Diagrama de Venn.-



Lo achurado nos muestra el COMPLEMENTO de A. Eso se denota como A' (Se lee A prima) y debes reconocer que estamos hablando del complemento del conjunto A.

También se puede denotar como A^c. O sea $A' = A^c$.

Interpreta el diagrama y escribe lo que tú entiendes por complemento, según lo achurado : Es lo que le falta al conjunto dado para completar el Conjunto Universo.

Ahora en símbolos: Definición de Complemento de A.

$$\boxed{A' = \{ x / x \in U \wedge x \notin A \}}$$

Actividad 37.-

Sea U = { x / x ∈ N, ≤ 15 } = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 }

A = { x / x ∈ N, x par ≤ 14} = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 }

Encuentre A′ y luego haz el diagrama (completo)que muestre A′. Escribe por extensión U, A ∧ A′

U

U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 }

A= { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 }

A′ = { 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 }

Dibujarlo: es igual a la muestra.

GUIA DE REFUERZO.-

1) U = { 2, 4, 6, 8, 10, 12. 14 } **Encuentra A′ ∧ B′**

A = { x / x es par < 8 } = { 2, 4, 6 }

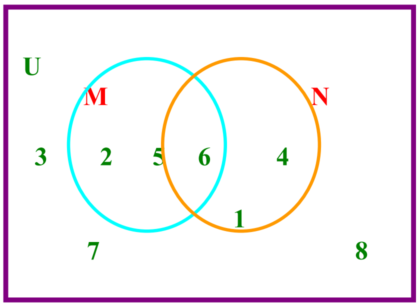
B = { x / x es par > 6 } = { 8, 10, 12, 14 }

2) Sea U = { x / x es múltiplo de 5 impar < 50 } = { 5, 15, 25, 35, 45 }

D = { x / x es múltiplo de 5 impar < 100 } = { 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95}

Observa el Diagrama y luego responde:

g) M ∩ N = { 6 }



a) M = { 2, 5, 6 }
b) N = { 1, 4, 6 }

c) U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, }

d) M′ = { 1, 3, 4, 7, 8,}
e) N′ = { 2, 3, 5, 7, 8 }

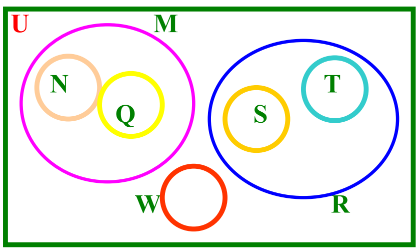
f) M ∪ N = { 2, 4, 5, 6, }

h) M – N = { 2, 5 }

i) M X N = { (2, 1), (2, 4), (2, 6), (5, 1), (5, 4), (5, 6), (6,1), (6, 4), (6, 6), (5, 1),

(5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 4). (6, 6)}

5) Observa el Diagrama y luego completa usando ⊂ ∨ ⊄.-



Q ⊂ M **R ⊂ U**

$M \not\subset N$

$W \subset U$

$S \subset R$

$R \not\subset T$

$U \not\subset W$

$T \subset U$

$N \subset U$

5) Encuentra todos los subconjuntos de M = {2, 4, 6 }

{ }, { 2, 4, 6 }, { 2 }, { 4 }, { 6 }, { 2, 4 }, { 2, 6}, {4, 6}

6) Identifica cada propiedad:

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ Distributiva de la intersección con respecto a la unión

b) $A \cap B = B \cap A$ Conmutativa de la intersección

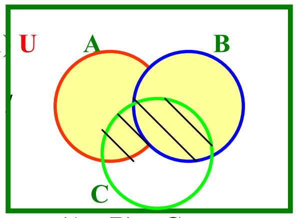
c) $(P \cup Q) \cup R = P \cup (Q \cup R)$ Asociativa de la unión

d) $A \cup A = A$ Idempotencia

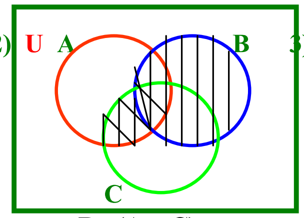
----------O---------

GUIA DE REFUERZO.

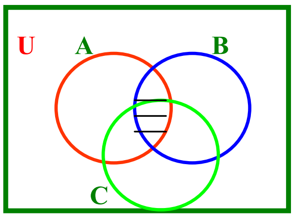
Descubre la (s) operación (es) en cada Diagrama..

1)


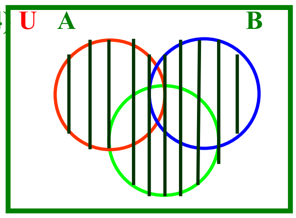
$(A \cup B) \cap C$

2)


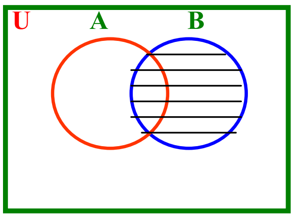
$B \cup (A \cap C)$

3)


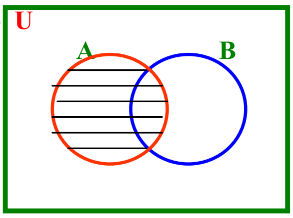
$(A \cap B) \cap C$

4)


$(A \cup B) \cup C$

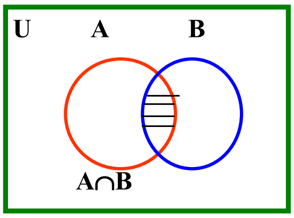
5)


$(A \cap B) \cup B$

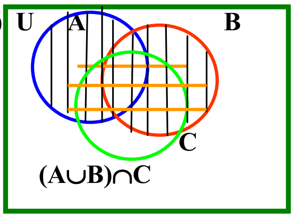
6)


$(A \cap B) \cup A$

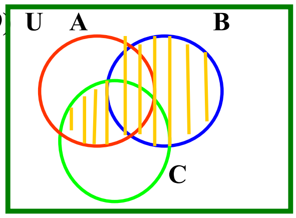
7)



8)

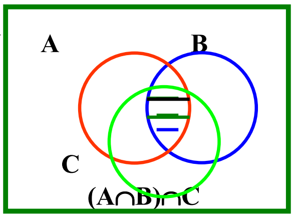


9)

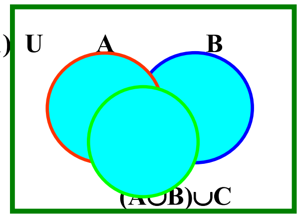


C **(A∩C)∪B**

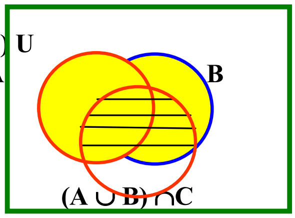
U



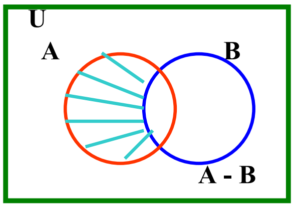
11)



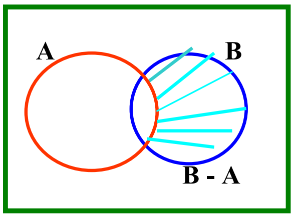
12)



13



14)



15) Sean:

U = { x/x ≤ 8 } =
A = { x/x<5≤ 8} =
B = { x / 3 ≤ x < 7 }=
C = { x/ 4 < x ≤ 6} =
Efectúa y diagrama:

a) (A∩B)∪C = b) B – C = c) C – B = d) A – B = e) U – A = f) (B∩C)∩A =

g) (C ∩A) – B = h) B – (A ∪C)

Una vez efectuados estos ejercicios, los puedes comparar con los ya presentados, para comprobar si están correctamente desarrollados.